Διακριτά Μαθηματικά και Μαθηματική Λογική – ΠΛΗ20

Ακ. Έτος 2017-2018

**Ε ρ γ α σ ί α** **6η**

**Ε ρ ω τ ή μ α τ α – Μέρος Α΄**



*Το ζητούμενο στο ερώτημα αυτό είναι η εξάσκηση σε βασικές ιδιότητες δένδρων και ειδικότερα στα ανεξάρτητα σύνολα κορυφών ενός δέντρου.*

**Συνοδευτικές ασκήσεις παλαιοτέρων ετών: #1, #5**

**Α.** Η διάμετρος ενός δένδρου είναι η μέγιστη απόσταση μεταξύ δύο κορυφών του δένδρου (Τόμος Β’, σελ.151). Ένα ανεξάρτητο σύνολο είναι ένα σύνολο κορυφών με καμία μεταξύ τους ακμή. Να δείξετε ότι ένα δένδρο περιέχει ανεξάρτητο σύνολο μεγέθους τουλάχιστον .

*(Σημείωση****:*** *Για κάθε πραγματικό αριθμό , η παράσταση συμβολίζει το μικρότερο ακέραιο ο οποίος είναι μεγαλύτερος ή ίσος με )*

*Το ζητούμενο στο ερώτημα αυτό είναι η εξάσκηση σε θέματα σχετικά με τους βαθμούς των κορυφών ενός δέντρου. Είναι σημαντική η χρήση του Λήμματος της Χειραψίας σε όλα τα υποερωτήματα.*

**Συνοδευτικές ασκήσεις παλαιοτέρων ετών: #2, #3**

**A.** Να δείξετε ότι, αν σε ένα δένδρο με κορυφές δεν υπάρχει κορυφή με βαθμό *2,* τότε ο αριθμός των φύλλων του είναι μεγαλύτερος από .

*Το ζητούμενο στο ερώτημα αυτό είναι η εξάσκηση σε ιδιότητες συνδετικών δένδρων και συγκεκριμμένα τον προσδιορισμό του αριθμού των συνδετικών δέντρων ενός γραφήματος με ετικέτες στις κορυφές του καθώς και την εύρεση του βάρους ενός ελάχιστου συνδετικού δέντρου σε ένα γράφημα με ειδικά βάρη στις ακμές του.*

**Συνοδευτικές ασκήσεις παλαιοτέρων ετών: #4, #5, #6**

Θεωρήστε ότι όλα τα γραφήματα του υποερωτήματος έχουν ετικέτες στις κορυφές

τους (συνεπώς αυτές είναι διακεκριμμένες).

**Α.** Προσδιορίστε τον αριθμό των συνδετικών δέντρων των παρακάτω γραφημάτων και περιγράψτε τη διαδικασία απαρίθμησής τους.

**Α.1** (κύκλος με *n* κορυφές) και

**Α.2** .

*Το ζητούμενο στο ερώτημα αυτό είναι η εξάσκηση στις ιδιότητες των δέντρων και των υποδέντρων τους.*

**Συνοδευτικές ασκήσεις παλαιοτέρων ετών: #4, #7**

**Α.**

**Α.1** Για ποιες τιμές του υπάρχει γράφημα με κορυφές τέτοιο ώστε τόσο το ίδιο όσο και το συμπλήρωμά του δεν περιέχουν κύκλο;

**Α.2** Δείξτε ότι για κάθε δέντρο και οποιεσδήποτε τρεις (όχι απαραίτητα διαφορετικές) κορυφές , τα τρία μονοπάτια , που συνδέουν τα ζεύγη κορυφών , αντίστοιχα, περιέχουν κάποια κοινή κορυφή.

*Τo ερώτημα αυτό έχει ως σκοπό να σας εξοικειώσει με τη μορφή εξέτασης που χρησιμοποιεί ερωτήματα πολλαπλών επιλογών Είναι σημαντικό να προσπαθήσετε να δώσετε τις απαντήσεις σας σε λιγότερο από 15 λεπτά. Απαντήσετε τις ακόλουθες ερωτήσεις και τα υπό-ερωτήματά τους βρίσκοντας για κάθε ένα αν είναι Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) και αιτιολογώντας συνοπτικά σε κάθε περίπτωση την απάντησή σας.*

**Συνοδευτικές ασκήσεις παλαιοτέρων ετών: #2, #3, #8, #9**

**Α.**

1. Δεδομένου ότι ένα δένδρο είναι διμερές γράφημα, η προσθήκη μίας επιπλέον ακμής πάντα παράγει διμερές γράφημα.
2. Το συμπληρωματικό γράφημα ενός οποιουδήποτε δένδρου είναι συνδεδεμένο.
3. Δεν υπάρχει δένδρο με ίσο αριθμό εσωτερικών κόμβων και φύλλων.
4. Για οποιοδήποτε συνδεδεμένο γράφημα και οποιαδήποτε δύο συνδετικά του δένδρα , ισχύει ότι τα έχουν τουλάχιστον μία κοινή ακμή.